

Les applications de géolocalisation et de calcul d'itinéraires sont omniprésentes dans notre quotidien. Elles permettent de rechercher l'itinéraire le plus rapide ou le plus court mais aussi le moins cher ou le plus écologique.

1. Recherche du plus court chemin

On cherche à déterminer le plus court chemin pour aller de Loches à Saint-Savin, en vélo.

✂ À l'aide des indications kilométriques notées en bleu sur la carte, calculer la distance en passant par le D975 et par Le Blanc.

✂ Si on passe par Ligueil, toujours pour aller à Saint Savin, faut-il passer par Preuilley-sur-Claise ou par la D31 et la D750 ?

✂ Que faut-il noter sur la carte, au fur et à mesure du parcours, pour retenir le kilométrage par chaque chemin ?

✂ Comment choisir le meilleur ?

✂ Comment pourrait-on représenter ce problème de manière plus schématique, sans tout redessiner et sans réécrire toutes les informations de la carte ?



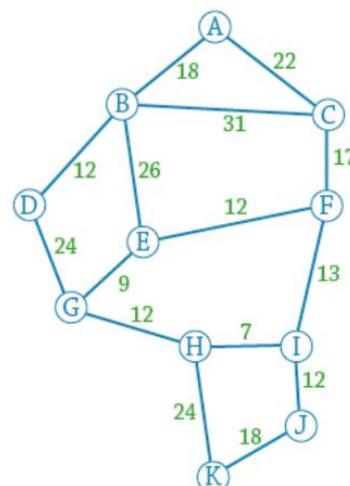
2. Un algorithme du plus court chemin

Pour trouver le plus court chemin sur la carte ci-dessus, on commence par oublier tous les détails de la carte en représentant un graphe où chaque carrefour est un sommet.

Sur les arêtes, on note la distance en kilomètres d'un carrefour à un autre comme ci-contre.

Le sommet A correspond à Loches et K à Saint-Savin.

Donc trouver l'itinéraire le plus court entre Loches et Saint-Savin se ramène à trouver le plus court chemin dans le graphe entre les sommets A et K.

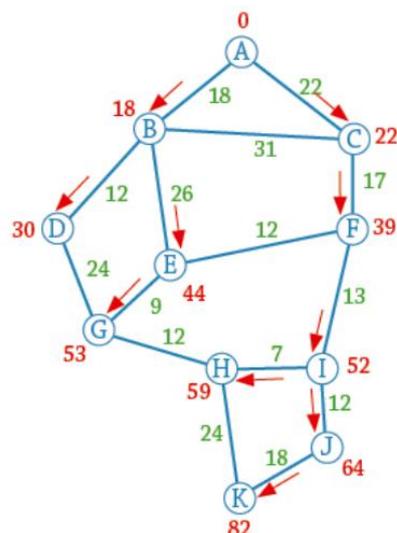


2.1. Algorithme du plus court chemin

- On note 0 pour le sommet de départ.
- On traite un par un les sommets déjà notés, en les choisissant du plus petit au plus grand.
- Pour chaque sommet à traiter, on ajoute la distance notée sur ce sommet à la distance vers un autre sommet, pour noter le résultat sur ce sommet.
- Si un sommet est déjà noté, on ne modifie la distance que pour la faire diminuer.
- Quand on a fini le traitement d'un sommet, on le marque pour ne plus y revenir.

2.2. Application de l'algorithme

- Noter 0 en A
- Traitement de A : noter 18 en B et 22 en C.
- Traitement de B : noter 30 en D et 44 en E.
- Traitement de C noter 39 en F
- Traitement de D : noter 54 en G
- Traitement de F : noter 52 en I
- Traitement de E : noter 53 en G
- Traitement de I : noter 59 en H et 64 en J
- Traitement de G : ne rien noter en H
- Traitement de H : noter 83 en K
- Traitement de J : noter 82 en K



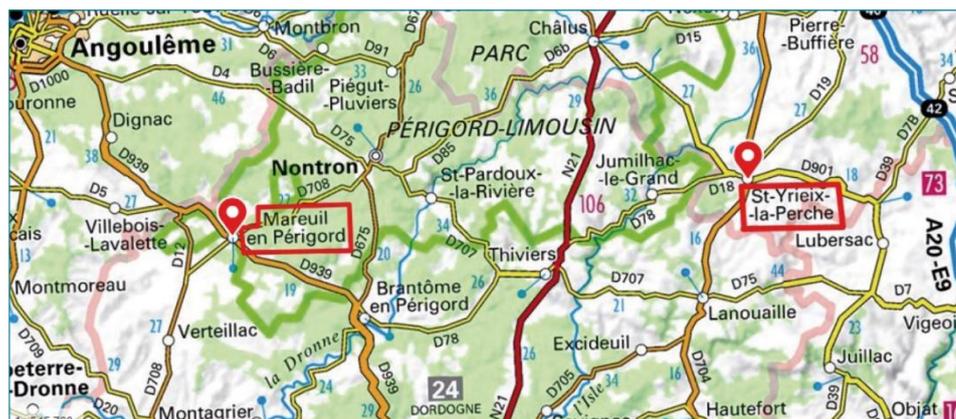
La distance minimale est 82 km. Le chemin est matérialisé par les flèches.

Cette méthode est connue sous le nom d'algorithme de Dijkstra.

3. Recherche du parcours le plus court

L'organisateur d'une randonnée à vélo cherche le plus court chemin pour aller de Mareuil en Périgord à Saint-Yrieix-la-Perche.

À partir de la carte, représenter un graphe de tous les chemins possibles entre Mareuil en Périgord et Saint-Yrieix-la-Perche.



Noter les distances sur les arêtes.

Exécuter pas à pas l'algorithme du plus court chemin, en notant à chaque nœud la distance obtenue.

Donner le chemin le plus court, ainsi obtenu.